Mødet den 9de April.

Efterat Optiken, for ikke lang Tid siden, ved *Foucaults* Experiment har erholdt en umiddelbar Bekræftelse paa en af den nu antagne Theories væsentligste Sætninger, turde det i flere Henseender være ganske lærerigt at kaste et Blik paa de forskjellige tidligere Forklaringer af Brydningslovene og Forsøg paa at bringe dem i indbyrdes Overeensstemmelse. Dette er Anledningen til følgende lille Meddelelse af Prof. *Jürgensen.*

Som man veed, fremsatte *Maupertuis* den almindelige mechaniske Sætning, der er bekjendt under Navnet *principe de la moindre action*, som et Slags Mediation mellem de forskjellige dengang givne Forklaringer af Lysets Tilbagekastning, og især af den af *Snellius* ved Forsøg fundne Lov for dets Brydning. I sin Afhandling: »Accord de différentes loix de la nature, qui avoient jusqu'ici paru incompatibles« i Mém. de l'acad. des sciences 1744 p. 417 f. adskiller han disse i tre, repræsenterede ved *Cartesius*, *Newton* og *Fermat*, af hvilke den første var reent mechanisk, den anden støttet paa Forudsætningen om en paa Mediernes Adskillelsesflade lodret Attractionskraft, den tredie endelig grundede sig paa en metaphysisk Betragtning af den Simpelhed, hvormed Naturen udretter Alt. Om *Huyghens's* Theorie, der ikke havde vundet almindeligt Bifald, er der hos *Maupertuis* ikke Tale; man finder den derimod nævnt som noget af det Skarpsindigste, der kunde udtænkes, i en Afhandling af *Joh. Bernoulli* (opp. I, p. 369 f.), der giver en paa Ligevægtslæren støttet Forklaring af hine Phænomener, hvilken i det Væsentlige løber ud paa det Samme som *Fermats*, hvortil ogsaa *Leibnitz* havde sluttet sig.

Cartesius, der iøvrigt ikke opstillede nogen egentlig Emissionstheorie, men tænkte sig Lyset som en fra det lysende

Legeme udgaaende og igjennem en Række af Partikler forplantet Bevægelse, forudsætter Lysets Hastighed, eller egentlig den Lethed, hvormed det forplantes, forøget ved Indtrædelsen i det tættere Medium, medens den med Adskillelsesplanet parallele Deel af samme forbliver uforandret, og kommer derved ligefrem til det constante Forhold mellem sinus af Indfaldsvinklen og sinus af Brydningsvinklen. Hvad der i denne Betragtning kan synes vilkaarligt, fremkommer som nødvendig Følge, naar man med *Newton* (principia Lib. I, Sect. XIV) tænker sig Bevægelsen frembragt ved en paa Adskillelsesplanet i Retningen mod det tættere Medium lodret gaaende Attractionskraft. Dette giver nemlig med vore nu brugelige mathematiske Betegnelser

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = Y,$$

hvoraf man uden Vanskelighed finder

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sqrt{h^2 + \int Y dy}}{h},$$

naar i er Indfaldsvinklen, r Brydningsvinklen, h den oprindelige Hastighed og $\sqrt{h^2 + \int Y dy}$ Hastigheden efter Brydningen. Og hvorledes man herved gjør Rede saavel for dette Phænomen, som for Tilbagekastningen, er bekjendt nok, saavel af det anførte Sted hos *Newton* selv, som af hvad man finder gjentaget hos nyere Mathematikere, navnlig *Laplace* og *Poisson*. Forøvrigt bør det her ikke lades ubemærket, at *Newton* selv i Slutningen af Propos. 96 Schol. udtrykker sig noget forsigtigt om hvad han blot betegner som en Analogie mellem den Bevægelse af materielle Punkter, som han betragter, og Lysets Forplantelse, ligesom ogsaa *Joh. Bernoulli* i den anførte Afhandling udtrykker sig tvivlende om den Newtonske Hypothese, som Forklaring af det physiske Phænomen betragtet.

Imidlertid var nu her tilveiebragt en sjelden Enighed mellem *Cartesius's* og *Newtons* Tilhængere, idet hiin havde statueret Lysets lettere Bevægelighed i det tættere Medium, hvad der hos denne opfattedes som større Hastighed. Men mod *Carte-*

sius stod *Fermat,* der gav sit metaphysiske Princip det Udtryk, at Lyset, med forskjellig Hastighed i de to Medier bevægede sig fra et Punkt i det ene til et Punkt i det andet i den kortest mulige Tid. Kalder man de to Punkters Afstand fra Adskillelsesplanet a og b, og foregaaer Bevægelsen i det gjennem disse gaaende lodrette Plan med Hastighederne h og k, er endelig i Indfaldsvinklen og r Brydningsvinklen, saa giver dette de to Ligninger

$$\frac{a}{h \cos i} + \frac{b}{k \cos r} = \text{Minimum},$$

$$a \operatorname{tang} i + b \operatorname{tang} r = \text{Const},$$

hvoraf, idet man differentierer,

$$\frac{a \sin i\, d i}{h \cos^2 i} + \frac{b \sin r\, d r}{k \cos^2 r} = 0,$$

$$\frac{a\, d i}{\cos^2 i} + \frac{b\, d r}{\cos^2 r} = 0,$$

følgelig
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{h}{k}.$$

Med Hensyn til forskjellige Vanskeligheder, man havde fundet ved *Fermats* Forklaring, tildeels hentede fra Forbindelsen mellem Lovene for Lysets Tilbagekastning og Brydning, blev dette Resultat givet under andre Vendinger af *Leibnitz* og *Joh. Bernoulli;* ogsaa havde *Huyghens* udledt dette sidste Forhold af sin Theorie, og derved beviist *Fermats* Sætning om Tidens Minimum (Opera reliqua I, pag. 33-34). Men vi bemærke, at medens *Cartesius's* Paastand og *Newtons* Regning gav

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{k}{h},$$

finder *Fermat*
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{h}{k}.$$

For nu ikke at gjøre Brud paa den almindelig antagne Rigtighed af hiint førstnævnte Forhold, og med det Samme at redde det metaphysiske Princip, der laae til Grund for det sidstnævnte, gav *Maupertuis* i den anførte Afhandling dette Princip et andet Udtryk, idet han om Lysets Bevægelse sagde: »le chemin qu'il tient est celui, par lequel la quantité d'action est la moindre«. Denne, som han betragter som »la vraie dépense de la nature«, bestemmer han ved Productet af Hastigheden og det gjennemløbne Rum, og kommer saaledes til den siden saa bekjendte mechaniske Sætning. Man seer ikke strax, hvad der hos *Maupertuis* har foranlediget denne Vending; men lægger man Mærke til, at den nys anførte Regning aldeles ikke indeholder nogensomhelst nødvendig Forudsætning om Beskaffenheden af de to Størrelser h og k, saa bliver det iøinefaldende, at man kan give dem en vilkaarlig Betydning, t. Ex. lade dem staae i omvendt istedetfor i direct Forhold som Hastighederne; og Resultatet bliver da ganske simpelt det *Newtonske*, medens Regningen iøvrigt bliver den samme. Har denne Bemærkning været det Ledende for *Maupertuis*, saa er han ved dette lille Kunstgreb, uden selv at vide det, kommen til at danne en mechanisk Sætning, der netop ikke lader sig anvende saaledes som han har troet, men hvis rette Betydning og Anvendelse kommer til at vise sig under en følgende Udvikling af Mathematiken, sandsynlig foranlediget just ved den rigtige Sætning af *Fermat*, der stod ham iveien. Thi den Afhandling af *Joh. Bernoulli* (opp. I, pag. 187 f.), hvori han selv giver Løsningen af Opgaven om Linea brachystochrona, som han havde fremsat, saavelsom Udtrykkene i den første Indbydelse (opp. I, pag. 161), lader med megen Rimelighed formode, at netop *Fermats* Beviis for Brydningslovene har givet ham Ideen til denne Opgave*). Det er noksom bekjendt, at denne Udfordring af *Joh. Bernoulli* gav hans Broder *Jacob Bernoulli* Anledning til at gaae et stort Skridt videre, idet han opstillede det isoperimetriske Problem, hvis almindelige Løsning han selv angav i den berømte Afhandling »Analysis magni problematis isoperimetrici«

*) Man kan her tillige bemærke, at *Fermat*, hvem *Lagrange* (18me leçon sur le calc. des fct.) anseer som Differentialregningens første Opfinder, tildeels har faaet Ideen til sine Methoder fra den Strid, han angaaende den her omtalte Gjenstand havde med *Descartes*. (See den nedenanførte Afh. af *Laplace* S. 310).

(Acta erud. 1697, ogsaa trykt i Joh. Bern. opp. II, pag. 219 f.), hvilken indeholder den første Opfindelse af den Methode, der ved *Euler* og *Lagrange* udviklede sig til Variations-Regningen.

Ved denne Regning viser *Maupertuis's* Princip sig som en mechanisk Sætning, der nødvendig finder Sted naar Sætningen om de levende Kræfters Vedligeholdelse gjelder, og omvendt fører hiin Sætning, i Forbindelse med denne, tilbage til de oprindelige Ligninger for Bevægelsen, og bestemme saaledes denne, hvilken Sammenstilling man kan see deels i Slutningen af *Euler's* meth. inven. lineas curvas etc., deels og fornemmelig i *Lagranges* mécanique analytique, 2de partie, Sect. III, § VI. Man kan endog give denne Sammenstilling en saadan Form, at man ligefrem seer, at de to Sætninger medføre hinanden gjensidig, idet man nemlig blot transformerer den førstnævnte Sætning saaledes:

$$Smf\delta . uds = Smf(ds\delta u + u\delta ds)$$
$$= fdtSmu\delta u - fdt\, Sm\left(\frac{d^2x}{dt^2}\delta x + \frac{d^2y}{dt^2}\delta y + \frac{d^2z}{dt^2}\delta z\right)$$
$$= fdtSmu\delta u + fdtSm(P\delta p + Q\delta q + \ldots) = 0.$$

At anvende dette Princip paa Lysets Bevægelse er altsaa intet Andet, end at forudsætte som rigtig Forklaring, hvad *Newton* selv betragtede som en Analogie, at nemlig Lysbevægelsen er en virkelig, i Straalens Retning foregaaende Bevægelse af Partikler, der i Overgangen mellem de to Media paavirkes af Kræfter, for hvilke Sætningen om de levende Kræfters Vedligeholdelse gjelder; det afgjør altsaa her Intet, kun tillader det at holde Spørgsmaalet om den nærmere Beskaffenhed af hine Kræfter mere ubestemt end i *Newtons* Betragtning. Men saalænge Phænomenet tillige forklares ved *Huyghens's* Theorie og ved den, ogsaa deraf følgende, med hiint Princip analoge Sætning af *Fermat*, staae begge Forklaringer som ligeberettigede (forsaavidt dette enkelte Phænomen angaaer) indtil det ad anden Vei er afgjort, om Lysets Indtrædelse i det optisk tættere Medium forøger eller formindsker Hastigheden. Dette synes imidlertid ikke at have været tilstrækkelig erkjendt, rimeligviis fordi man var forud indtagen for Attractions-Theorien. Kun saaledes synes det at kunne forstaaes, at *Laplace* i en Afhandling om Dobbeltbrydningen (mém. de l'institut 1809 pag. 300 f.), hvor han af det omtalte Princip udleder de af *Huyghens* angivne Love for dette Phænomen, blot med den Modification, at Hastigheden kommer til at forholde sig omvendt istedetfor direct som Ellipsoidens Radier, deri søger en Bekræftelse for Attractions-Theorien, uden at det dog er undgaaet hans Opmærksomhed, at de samme Resultater fremgaae af *Fermats* Sætning med Bibehold af det directe Forhold (man sammenligne t. Ex. S. 306 og 308).*) Endog efter *Fresnels* Død finder man i *Poissons* traité de mécanique (2de éd. I, pag. 301 f.) dette Princip anvendt paa Lysets Bevægelse, dog rigtignok paa en Tid, da Dispersionsphænomenet, som denne Physiker havde bemærket, endnu lagde en Vanskelighed i Veien for Undulationstheorien, der først 1836 blev hævet af *Cauchy*. Men efterat *Foucault* ved et Experiment, der i det Mindste med Hensyn til Forklaringen af Refractionen kan betragtes som et experimentum crucis, i 1850 havde, om end kun for to enkelte Medier, godtgjort Lysets ringere Hastighed i det tættere og Rigtigheden af det ved Undulationstheorien givne Forhold, bortfalder naturligviis hiin Anvendelse af den oftnævnte Sætning, medens den selvfølgelig under visse Forudsætninger kan tænkes gjeldende for Ætherpartiklernes svingende Bevægelser. For Optiken faaer dette den væsentlige Betydning, at Brydningen ikke bliver forklarlig ved Emanationstheorien, men kun ved Undulationstheorien, eller i alt Fald ved en Theorie, der gjør Rede for hiint experimentale Resultat.

---

*) Det Utilfredsstillende i dette Raisonnement er, skjøndt fra en anden Side bemærket af *Gauss* i en Afhandling i *Crelles* Journ. für die Math. 4. Bd., S. 232, Note.